

DS Logique, Ensembles, Applications
1 heure 30 minutes : formulaire A4 recto-verso autorisé
Calculatrices et téléphones portables interdits

SUJET n°09

Rendre le sujet avec votre copie

1. [3 pts] Soit f la forme propositionnelle

$$f = (c \wedge \neg(a \oplus b)) \vee (\neg b \leftrightarrow \neg c)$$

- (a) Donner son écriture préfixée.
 (b) Voici sa table de vérité :

c	a	b	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Donner sa forme normale conjonctive.

2. [4 pts] Trois étudiants, Alice, Bernard et Charles, déjeunent tous les jours ensemble. Chaque jour, les trois affirmations suivantes sont vraies :

- Si Alice mange un dessert, Bernard aussi.
- Soit Bernard, soit Charles, mais pas les deux, mangent un dessert.
- Alice ou Charles, ou les deux, mangent un dessert.
- Si Charles mange un dessert, Alice aussi.

- (a) Traduire chaque affirmation par une forme propositionnelle.
 (b) En utilisant une table de vérité, déduire qui mange un dessert.
 (c) Peut-on arriver à la même conclusion en supprimant une des quatre affirmations ?

3. [4 pts] Dans une promotion de 105 étudiants en IUT d'informatique, 54 ont déjà codé en Python, 49 en C, 45 ont déjà codé en C++, 22 ont déjà codé en Python et en C++, 23 ont déjà codé en C++ et en C, 27 ont déjà codé en C et en Python et 17 n'ont jamais codé aucun de ces trois langages.

- (a) Combien ont déjà codé en Python, en C et en C++ ?
 (b) Combien ont codé en C et en C++ mais pas en Python ?
 (c) Combien ont codé seulement en C ?

4. [4 pts] Soient $\begin{cases} A = \{2, 3, 6, 7, 8, 10, 16, 18\} \\ B = \{0, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 15, 16, 17, 19\} \\ C = \{1, 2, 3, 4, 6, 15, 16, 18\} \end{cases} \subset E = \llbracket 0, 19 \rrbracket$
 ($\llbracket 0, n \rrbracket = \{0, 1, 2, \dots, n\}$). On donnera les ensembles d'entiers en ordonnant les éléments dans l'ordre croissant.

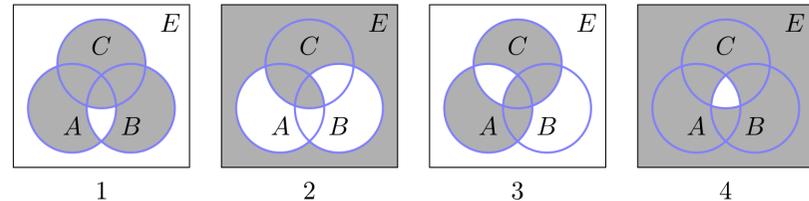
(a) Donner en extension l'ensemble D qui vérifie

$$A \Delta D = C$$

(b) Donner en extension l'ensemble

$$((\overline{C} \Delta \overline{A}) \cup (B \cap A))$$

(c) Quelle est la figure qui représente l'ensemble précédent ?



5. [4,5 pts] Soit l'application f de $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ définie par $f(n) = n + (-1)^n$

- (a) Calculer $f(\{-2, -1, 0, 1, 2\})$.
 (b) Calculer $f(f(n))$ (on pourra distinguer les cas pair et impair).
 (c) En déduire que f est bijective, et donner une expression de f^{-1} .
 (d) Résoudre l'équation $142 = n + (-1)^n$.

6. [2,5 pts] On définit la suite u par $u_0 = 3$ et $\forall n \geq 0, u_{n+1} = -4u_n + 75n$

- (a) Calculer u_2 .
 (b) Montrer par récurrence

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 6(-4)^n + 15n - 3$$