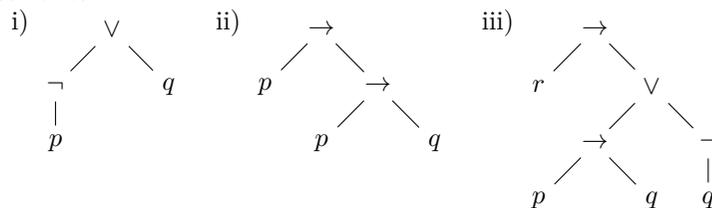


## Formes propositionnelles

1. (a) Ecrire les formes propositionnelles correspondant aux arbres syntaxiques suivants :



- (b) Construire l'arbre syntaxique de  $((p \rightarrow \neg r) \vee \neg(q \wedge (p \leftrightarrow s)))$ .

En donner :

- Sa notation préfixée et postfixée.
- Toutes ses sous-formes.

- (c) Donner la notation infixée et postfixée de  $\leftrightarrow \rightarrow p \wedge pq \vee q \neg r$ .

2. Soient  $p$ ="Il fait froid" et  $q$ ="Il pleut". Enoncer des phrases simples qui traduisent chacun des énoncés suivants.

$$\neg p, p \wedge q, p \vee q, q \vee \neg p, \neg p \wedge \neg q, q \rightarrow p$$

3. On note  $p$ ="Jean fait des maths",  $q$ ="Jean fait de l'anglais" et  $r$ ="Jean fait de la chimie". Représenter les propositions suivantes sous forme symbolique :

- "Jean fait des maths, mais pas de chimie".
- "Jean ne fait ni maths ni chimie".
- "Jean ne fait pas à la fois des maths et de la chimie".
- "Si Jean fait des maths alors il ne fait ni chimie ni anglais".
- "Jean ne fait pas plus de 2 matières à la fois".

Que signifie  $p \rightarrow (\neg q \vee \neg r)$  ?

4. Représentées sous forme symbolique, les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- 3 est impair  $\wedge$  Paris est la capitale de la France.
- 3 est impair  $\wedge$  Lyon est la capitale de la France.
- 3 est impair  $\vee$  Lyon est la capitale de la France.
- 3 est impair  $\rightarrow$  Paris est la capitale de la France.
- 3 est impair  $\rightarrow$  Lyon est la capitale de la France.
- 3 est pair  $\rightarrow$  Lyon est la capitale de la France.

- 3 est pair  $\rightarrow$  3 est impair.

5. Construire la table de vérité et donner une forme synonyme plus simple :

$$\begin{array}{cccccccccc} p \vee 1 & p \wedge 1 & p \vee 0 & p \wedge 0 & p \wedge p & p \vee p & p \vee \bar{p} & p \wedge \bar{p} & p \rightarrow 1 \\ p \rightarrow 0 & 1 \rightarrow p & 0 \rightarrow p & p \rightarrow p & p \rightarrow \neg p & p \leftrightarrow 0 & p \leftrightarrow 1 & p \leftrightarrow \neg p & \neg p \rightarrow p \end{array}$$

6. À l'aide de tables de vérités, dire si les fp suivantes sont synonymes ou pas :

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \quad \text{et} \quad \neg p \vee q \quad , \quad \neg(p \vee q) \quad \text{et} \quad \neg p \wedge \neg q \\ \neg(p \wedge q) \quad \text{et} \quad \neg p \wedge \neg q \quad , \quad p \wedge (q \vee r) \quad \text{et} \quad (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{array}$$

7. Cinq billets de loterie numérotés de 1 à 5 vérifient les assertions suivantes :

- Si 5 est perdant alors 1 est gagnant.
- Si 4 est perdant alors 2 est gagnant.
- Si 3 est perdant alors 5 aussi.
- Si 1 est gagnant alors 2 aussi.
- Si 3 est gagnant alors 4 est perdant.

Lequel faut-il choisir ? (donner une forme propositionnelle, et en chercher tous les modèles avec un arbre de Quine)

8. Brown, Jones et Smith sont prévenus de fraude fiscale. Ils prêtent serment de la manière suivante :

- Brown : "Jones est coupable et Smith est innocent".
- Jones : "si Brown est coupable, alors Smith aussi".
- Smith : "je suis innocent mais au moins l'un des deux autres est coupable".

Soient B, J, S les énoncés : "Brown est innocent", "Jones est innocent", "Smith est innocent". Exprimer le témoignage de chacun des suspects dans le symbolisme logique. Calculer les valeurs de vérité des trois formules obtenues, puis répondre aux questions suivantes :

- Les témoignages sont-ils compatibles ?
- En supposant que tous sont innocents, lequel aurait produit un faux serment ?
- En supposant que le témoignage de chacun des suspects est vrai, qui est innocent, qui est coupable ?
- En supposant que les innocents ont dit la vérité et que les coupables ont menti, qui est innocent et qui est coupable ?
- Est-il possible que les innocents aient menti et que tous les coupables aient dit la vérité ?