

DS Logique, Ensembles, Applications
2 heures : formulaire A4 recto-verso autorisé
Calculatrices et téléphones portables interdits

SUJET n°01

Rendre le sujet avec votre copie

1. [3 pts] Soit f la forme propositionnelle

$$f = ((\neg c \vee \neg a) \oplus (b \rightarrow a)) \leftrightarrow (c \wedge \neg b)$$

(a) Donnez son écriture préfixée.

(b) Voici sa table de vérité :

c	a	b	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

i. Donnez sa forme normale conjonctive.

ii. Donnez sa forme normale algébrique ("avec les ou-exclusifs").

2. [3 pts] Trois personnes a, b, et c peuvent mentir ou dire la vérité :

- a affirme : si b dit la vérité, alors c aussi
- b affirme : si c dit la vérité, alors a aussi
- c affirme : b ment et a dit la vérité

(a) Représenter l'énoncé par une forme propositionnelle.

(b) A l'aide d'une table de vérité, dire qui ment et qui dit la vérité.

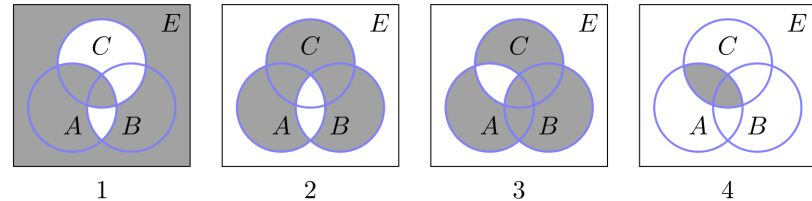
3. [3 pts] Dans une promotion de 126 étudiants en IUT d'informatique, 60 ont déjà codé en Python, 58 en C, 63 ont déjà codé en C++, 27 ont déjà codé en Python et en C++, 32 ont déjà codé en C++ et en C, 29 ont déjà codé en C et en Python et 19 n'ont jamais codé aucun de ces trois langages.

- (a) Combien ont déjà codé en Python, en C et en C++ ?
 (b) Combien ont codé en Python et en C++ mais pas en C ?
 (c) Combien ont codé seulement en C++ ?

4. [4 pts] Soient
$$\begin{cases} A &= \{0, 3, 5, 6, 7, 11, 13, 14, 16\} \\ B &= \{0, 5, 6, 8, 10, 11, 13, 14\} \\ C &= \{0, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 14, 17, 18\} \end{cases} \subset E = \llbracket 0, 19 \rrbracket$$

($\llbracket 0, n \rrbracket = \{0, 1, 2, \dots, n\}$). On donnera les ensembles d'entiers en ordonnant les éléments dans l'ordre croissant.

- (a) Donner en extension l'ensemble D qui vérifie $A \Delta D = C$
 (b) Donner en extension l'ensemble $((A \Delta B) \cup (C \cap \overline{B}))$
 (c) Quelle est la figure qui représente l'ensemble précédent ?



5. [4 pts] Soit l'application f de $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ définie par $f(n) = n + (-1)^n$

- (a) Calculer $f(\{-2, -1, 0, 1, 2\})$.
 (b) Calculer $f(f(n))$ (on pourra distinguer les cas pair et impair).
 (c) En déduire que f est bijective, et donner une expression de f^{-1} .
 (d) Résoudre l'équation $158 = n + (-1)^n$.

6. [3 pts] On définit la suite u par $u_0 = 10$ et $\forall n \geq 0, u_{n+1} = -3u_n + 16n$

- (a) Calculer u_2 .
 (b) Montrer par récurrence

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 11(-3)^n + 4n - 1$$