

## Les automates - TP 3

### Union, Concaténation et Etoile d'un automate

*Le but de ce TP est d'appliquer les méthodes vues en cours et surtout de vérifier avec JFLAP que les automates obtenus répondent réellement au problème posé.*

#### Exercice 1

Objectif : On cherche à construire un automate d'alphabet  $\{a, b\}$  correspondant à l'expression régulière :  $a b (a + b)^* + (b^* a)^*$

##### Etape 1 :

Tracer l'AST correspondant à cet expression (AST : **A**bstract **S**yntax **T**ree)

On pourra noter la concaténation par le symbole •

##### Etape 2 : Partie de "Gauche"

- Tracer l'automate  $\mathcal{A}_1$  correspondant à l'expression régulière  $a b$
- Tracer l'automate  $\mathcal{A}_2$  correspondant à l'expression régulière  $(a + b)^*$

En déduire l'automate  $\mathcal{A}$  correspondant à l'expression régulière  $a b (a + b)^*$

##### Etape 3 : Partie de "Droite"

- Tracer l'automate  $\mathcal{B}_1$  correspondant à l'expression régulière  $b^* a$

En déduire l'automate  $\mathcal{B}$  correspondant à l'expression régulière  $(b^* a)^*$

##### Etape 4 :

Construire alors l'automate correspondant à l'expression régulière  $a b (a + b)^* + (b^* a)^*$

## Exercice 2

Retour sur une notion rapidement vue durant la semaine 1 :

Comment tracer un automate qui va reconnaître les nombre écrit en  
base 2 qui représentent un entier multiple de 3 ?

On se place sur l'alphabet  $\{0, 1\}$

Indice : On va avoir trois états, ces états vont correspondre au reste de la division euclidienne d'un nombre par 3.

$q_0 \rightarrow$  le reste est égal à 0 (q0 sera donc logiquement l'état acceptant...)

$q_1 \rightarrow$  le reste est égal à 1

$q_2 \rightarrow$  le reste est égal à 2

Idée essentielle à saisir :

- Si  $X$  est la représentation binaire d'un nombre, alors  $X0$  est égal à  $2 \times X$
- Si  $X$  est la représentation binaire d'un nombre, alors  $X1$  est égal à  $2 \times X + 1$

C'est à partir de cela que l'on peut déterminer le reste de  $X0$  (ou de  $X1$ ) à partir du reste de  $X$ .

### Application JFLAP :

Tracer votre automate qui reconnaît les mots en base 2 multiples de 3 puis vérifier la validité (ou non) des mots suivants :

Base 2	0	10	11	100	10 000	10 010	100 110	111 001
Base 10	0	2	3	4	16	18	38	57

## Exercice 3 Mots de passe

Tous les mots de passe sont composés de 3 lettres (à choisir parmi a, b ou c) suivies d'un certain nombre de 0 ou 1.

Pour être valable, la dernière lettre du mot de passe doit être un c et le nombre de 0 doit être pair.

- Déterminer un automate sur l'alphabet  $\{a, b, c\}$  qui accepte uniquement les mots de 3 lettres se terminant par c.
- Déterminer un automate sur l'alphabet  $\{0, 1\}$  qui accepte uniquement les mots dont le nombre de 0 est pair.

A l'aide de la méthode du cours, déterminer l'automate qui va valider les mots de passe.